

Documento de trabajo 2
Relaciones entre producción de leche cruda de vaca, precios y lluvias en los departamentos de Córdoba y Sucre, Colombia, 1997-2019. Predicción de la producción mensual 2016-2018

Omar Castillo Nuñez, Econ.-profesor

RESUMEN

Se describe y se correlaciona la información anual existente de producción de leche cruda de vaca, precios y lluvias en los departamentos de Córdoba y Sucre; hay asociatividad entre tales variables pero con sentido contrario a las relaciones establecidas por la teoría económica con agentes racionales y mercados de competencia; las correlaciones, sin embargo, no son significativas. Utilizando un modelo de series de tiempo Autogresivo Integrado de Media Móvil, ARIMA, se hizo una predicción de la producción de leche cruda entre enero/2016-diciembre/2018 con base en información mensual existente. El modelo recoge bien el proceso generador de los datos, y el patrón estacional de la producción.

Introducción

La información sobre la producción y la comercialización de leche cruda de vaca, en el país y sus territorios es bastante dispersa. La encuesta nacional agropecuaria, ENA, realizada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE (DANE, 1995-2019) reporta con periodicidad anual, un dato de producción de leche el día antes de la encuesta desagregada por departamentos desde 1995. El Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural, MADR, calculó entre 2015-2016 a nivel municipal y departamental estimaciones con base en estadísticas de consenso en las llamadas Evaluaciones Agrarias Municipales, EVA (2015,2016). El programa de apoyo de la Unión Europea, UE, con el MADR calculó con periodicidad mensual la producción en los territorios durante el período 2006-2015 (MADR 2017). El gremio de los ganaderos, la federación de ganaderos, FEDEGAN, y la industria láctea realizan sus propios cálculos con base en los datos y modelos de sus oficinas técnicas. Este documento busca describir la información existente y establecer relaciones entre la producción, el precio pagado al productor y las lluvias mediante indicadores descriptivos. Adicionalmente, se predice información mensual de leche cruda durante el período 2016-2018 utilizando un modelo Autogresivo integrado con media móvil, ARIMA.

I . La información existente de la encuesta nacional agropecuaria.

En la tabla 1 se presenta información de las encuestas nacionales agropecuarias sobre vacas en ordeño, producción de leche, productividad parcial, y ventas diarias en finca durante el período 1997-2019 en el departamento de Córdoba. Como puede

verse, el conjunto de tales variables tiene un amplio rango de variación, propio de una actividad económica sometida a las fluctuaciones climáticas y de mercados.

Durante 23 años, en Córdoba el número promedio de vacas en ordeño fue 360 mil y la mediana 317 mil. Ha oscilado entre un máximo de 605 mil 100 cabezas en el año 2005 y un mínimo de 187 mil 900 en el año 2016; el coeficiente de variación es 0.38; de acuerdo con el estadístico de normalidad Jarque-Bera (1980), la distribución probabilística es la normal.

Tabla 1. Dpto. de Córdoba. Variables de producción de leche y precio, 1997-2019

años	vacas en ordeño (miles)	producción miles de ltr / día	productividad ltr/vaca/día	precio nominal precio \$/ltr	ventas (miles)
1997	296,6	786,3	2,7		
1998	327,8	855,7	2,6		
1999	358,9	925,1	2,6	241	
2000	379,1	1105,3	2,9	295	
2001	497,4	1449,1	2,9	380	1172,6
2002	579,3	1635,9	2,8	417	1355,4
2003	567,5	1398,9	2,5	463	1123,8
2004	555,6	1162,0	2,1	516	892,2
2005	605,1	1474,6	2,4	569	1177,9
2006	472,4	1394,2	3,0	610	1057,0
2007	536,3	1120,6	2,1	610	885,8
2008	316,9	946,5	3,0	708	756,7
2009	282,8	806,0	2,8	700	603,0
2010	278,4	821,0	2,9	675	629,0
2011	249,1	677,7	2,7	697	498,9
2012	223,1	663,1	3,0	701	469,2
2013	301,8	2537,2	8,4	707	2252,2
2014	273,3	886,2	3,2	733	729,1
2015	349,6	1392,0	4,0	740	1206,7
2016	187,9	763,8	4,1	834	612,8
2017	220,6	647,7	2,9	932	510,6
2018	221,8	699,1	3,2	944	539,1
2019	211,4	652,3	3,1	1007	486,9

Calculos OPCA con base en DANE, ENAS, 1995-2019



OPCA

Observatorio de Precios y Costos Agrarios de la Zona
Noroccidental del Caribe Colombiano



La producción diaria promedio de leche cruda fue 1 millón 076 mil litros y mediana 925 mil. Las cifras oscilan entre un máximo de 2 millones 537 mil litros en el 2013¹ y un mínimo de 648 en el 2017. El coeficiente de variación fue 0,41 y la prueba Jarque -Bera rechaza la hipótesis nula de normalidad.

La productividad promedio por vaca por día, calculada como el cociente de la cantidad de leche fresca con el número de vacas en ordeño, ha tenido una media de 3,1 litros y mediana 2,9; osciló entre 2,1 en el año 2007 y el máximo 8,4 en el año 2013, el cual, como ya se señaló es un dato outliers. El coeficiente de variación fue 0,4; el estadístico Jarque -Bera da evidencia de rechazo de la hipótesis nula de normalidad. Las ventas de leche cruda, que comprende la producción menos la leche consumida y la procesada en finca entre 2001-2005 fue, en promedio 1 millón 144 mil litros por día. Durante el período 2006-2019 está constituida por la suma de las ventas a la industria, a los intermediarios y a otros. En general, entre 2001 - 2019, la oferta de leche cruda tuvo una media y mediana de 893 mil y 757 mil respectivamente.

En la tabla 2 se presenta una aproximación a las relaciones entre las variables vacas en ordeño, producción y productividad por vaca con el precio nominal pagado al productor (DANE 2012-2019; MADR-USP, 2007-2019) tomadas en primeras diferencias calculando el coeficiente de correlación lineal de Pearson, Se muestra también la probabilidad (entre paréntesis) de rechazar la hipótesis nula que el coeficiente sea cero. Como se observa, el coeficiente tiene signo negativo en cada una de dichas relaciones respectivamente: -0,31, -0,17; y -0,1, respectivamente. Sin embargo ninguno de tales coeficientes es significativo a niveles corrientes de confianza.

Tabla 2. Dpto de Córdoba. Coeficiente de correlación de Pearson y probabilidad¹ entre variables de producción de leche cruda y precio

	Variables			
Correlación y probabilidad	Variación del precio	Variación de productividad	Variación de la producción	Variación vacas en ordeño
Variación del precio	1,0			
Variación de productividad	-0,096 (0,69)	1,0		
Variación de la producción	-0,17 (0,47)	0,92 (0,00)	1,0	
Variación vacas en ordeño	-0,312 (0,18)	0,10 (0,66)	0,45 (0,05)	1,0

¹probabilidad de aceptar la hipótesis nula que el coeficiente sea cero

¹ Este es un dato atípico que nunca ha sido cuestionado por la fuente primaria. A la luz del número de vacas en ordeño de ese año implicaría, como se ve en la tabla1, una productividad media por vaca por día de 8,4 litros.

En el período 1997-2019, en el depto. de Sucre, el número promedio de vacas en ordeño fue 187 mil y mediana 177 mil. Osciló entre un máximo de 338 mil en el año 2005 y mínimo de 71 mil en el 2013. La prueba Jarque-Bera acepta la hipótesis nula de normalidad en la distribución probabilística de los datos.

La producción de leche fresca fue en promedio 432 mil litros el día anterior a la encuesta; la mediana, 415 mil. Osciló entre un máximo de 748 mil en el año 2006 y mínimo de 221 mil en 1997. El coeficiente de variación fue 0,29 ; la prueba Jarque-Bera acepta la hipótesis nula de normalidad

Tabla 3. Sucre. Variables de producción de leche cruda de vaca, 1997-2019

años	vacas en ordeño (miles)	producción miles de ltr/día	productividad ltr/vaca/día	precio nominal precio \$/ltr	ventas (miles/día)
1997	97,0	221,1	2,3		
1998	142,8	328,7	2,3		
1999	188,5	436,3	2,3	255	
2000	175,4	408,4	2,3	309	
2001	191,8	410,4	2,1	394	
2002	208,1	412,5	2,0	431	
2003	224,5	414,6	1,8	477	274,1
2004	253,6	423,3	1,7	530	264,5
2005	337,9	621,9	1,8	583	449,9
2006	312,7	747,7	2,4	624	502,1
2007	248,5	632,3	2,5	624	395,6
2008	169,7	432,1	2,5	673	327,7
2009	204,9	501,1	2,4	690	383,5
2010	151,0	380,3	2,5	674	305,9
2011	134,0	292,0	2,2	688	203,7
2012	159,5	412,4	2,6	697	296,9
2013	70,9	283,6	4,0	694	184,2
2014	115,4	240,0	2,1	749	167,2
2015	168,0	455,6	2,7	748	358,8
2016	177,1	489,9	2,8	776	383,2
2017	151,7	362,0	2,4	797	269,4
2018	216,2	511,8	2,4	874	384,0
2019	195,4	530,9	2,7	872	439,2

Fuente. Ibidem tabla 1.

La productividad parcial de leche por vaca por día fue 2,4 litros con oscilación entre 4,0 en el año 2013, y mínimo de 1,7 en el 2004. El coeficiente de variación fue 0,19. La distribución probabilística no es la normal. El promedio de la producción vendida

de leche entre 2003-2019 fue 328 mil litros por día entre un máximo de 502 mil en el año 2006 y 167 mil en el 2014. El coeficiente de variación fue 0,29; el estadístico Jarque-Bera de normalidad acepta la hipótesis nula de distribución normal.

En la tabla 4 se muestra el coeficiente de correlación entre las variables de producción y precio. El coeficiente de correlación muestra signo correcto en la variación de la producción y precio, 0,20, no significativo; en la de vacas en ordeño, 0,46, significativa al 5%; pero tiene signo equivocado en la variación de la productividad, -0,43, significativa al 10%.

Tabla 4. Dpto de Sucre. Coeficiente de correlación de Pearson y probabilidad entre variables de producción de leche cruda y precio.

	Variables			
Correlación y probabilidad	Variación del precio	Variación de productividad	Variación de la producción	Variación vacas en ordeño
Variación del precio	1,0			
Variación de productividad	-0,43 (0,06)	1,0		
Variación de la producción	0,20 (0,38)	0,17 (0,48)	1,0	
Variación vacas en ordeño	-0,46 (0,04)	-0,34 (0,13)	0,81 (0,00)	1,0

Fuente. Salida de software

Usos de la producción de leche cruda según ENA

En la tabla 5 se muestra, con base en la información de las ENA, la proporción de utilización de la producción de leche fresca para distintos usos. El autoconsumo y transformación en la unidad productiva y la venta en el mercado. Esta última que se realiza en el mercado es lo que constituye la oferta de mercado y comprende las ventas a la industria, a intermediarios, y a otros el día antes de la encuesta. En promedio, durante el período 2001-2019 en Córdoba se vende alrededor del 79,0% de la producción, oscilando entre 71% y 89%; tiene coeficiente de variación 0,05.

En Sucre, el promedio es 72,0% con oscilación entre 63% y 80% y coeficiente de variación 0,08².

La leche procesada y consumida en finca, es la destinada a producir queso y otros derivados lácteos, y para el consumo humano. En Córdoba, el promedio es de

² Comparada con las proporciones reportadas por Penagro (1988) es evidente el crecimiento de la oferta. En Córdoba la proporción vendida al mercado era 51%; en Sucre, 40%. El resto lo constituía el autoconsumo.

21,0%, con fluctuaciones que van desde 11,0% hasta 29,0%. En Sucre, el promedio es de 28,0%, fluctuando entre 21% y 37%.

Tabla 5. Córdoba y Sucre. Utilización de la leche cruda, 2001-2019, porcentajes

años	Córdoba		Sucre	
	leche fresca vendida	procesad y consum finca	leche fresca vendida	proces y cons en finca
2001	80,9	19,1		
2002	82,9	17,1		
2003	80,3	19,7	66,1	33,9
2004	76,8	23,2	62,5	37,5
2005	79,9	20,1	72,3	27,7
2006	75,8	24,2	67,2	32,8
2007	79,1	20,9	62,6	37,4
2008	79,9	20,1	75,8	24,2
2009	74,8	25,2	76,5	23,5
2010	76,6	23,4	80,4	19,6
2011	73,6	26,4	69,7	30,3
2012	70,8	29,2	72,0	28,0
2013	88,8	11,2	64,9	35,1
2014	82,3	17,7	69,7	30,3
2015	86,7	13,3	78,8	21,2
2016	80,2	19,8	78,2	21,8
2017	78,8	21,2	74,4	25,6
2018	77,1	22,9	75,0	25,0
2019	74,6	25,4	82,7	17,3

Fuente.Cálculos de OPCA con base en DANE, ENAS

II. Las evaluaciones agrarias municipales

La información de consenso, obtenida a través de las evaluaciones municipales del MADR, calculó en 2015 y 2016 datos de producción de leche en 30 municipios de Córdoba y 26 de Sucre. Clasificó las unidades de producción en las que se produce leche cruda en: unidades de producción con base en el sistema doble propósito; unidades de lechería tradicional, y lechería especializada.

En Córdoba, consideró en el año 2015:

a) Vacas en ordeño: 296.299, de las cuales 55% eran doble propósito; lechería tradicional, 41%; lechería especializada, 4%.

b) Productividad parcial³: 5,89 litros por vaca por día en unidades productivas con ganado de doble propósito; 5,83 en lechería tradicional; y 9,0 en lechería especializada.

c) Periodos de lactancia: 207, 245 y 265 días en doble propósito, lechería tradicional y especializada, respectivamente.

Apoyado en dicha información, estimó una producción de 436 millones 400 mil litros de leche anual. Si se compara este dato con la información del “Programa de apoyo a la competitividad del sector lácteo en Colombia, fase II” del MADR-UE, se observa que es inferior en 45 millones 100 mil litros de leche durante el año 2015 (ver tabla 7).

En el año 2016, estimó alrededor de 700 mil 700 vacas en ordeño y una producción diaria de leche cruda de 2 millones 750 mil litros, como puede verse en la tabla 6. Esta información, cotejada con la información de la ENA 2016 de la tabla 1, deja ver que el número de vacas en ordeño fue 3,8 veces y la producción diaria 3,6 veces. En realidad, parece estar sobreestimada pues si se compara con el inventario de ganado hembra de mayores de 24 meses reportado por ENA (2016) e ICA (2016) representarían más del 90% del inventario de hembras mayores de 2 años

Tabla 6. Vacas en ordeño y producción de leche cruda en Córdoba y Sucre, 2016

Cordoba							
lechería tradicional		lechería especializada		doble proposito		total	
vacas en ordeño (miles)	producción lts/dia(miles)	vacas en ordeño	prod lts/dia	vacas en ordeño	producción lts/dia	vacas en ordeño	producción lts/dia
234,8	782,5	38,9	294,7	434	1676,9	707,7	2754,1
Sucre							
lechería tradicional		lechería especializada		doble proposito		total	
vacas en ordeño	prod lts/dia	vacas en ordeño	prod lts/dia	vacas en ordeño	prod lts/dia	vacas en ordeño	produc lts/dia
14,5	38,3	1,1	8,3	172,8	528,6	188,4	575,2

Fuente: MADR.Anuario de estadísticas agropecuarias 2016

En el caso de Sucre, la información difundida de 26 municipios en el año 2015 fue:

a) Vacas en ordeño: 157.043 con dominio del 99,9% de las unidades de producción con ganado de doble propósito.

b) Productividad parcial: En promedio, 5,3 litros por vaca por día en doble propósito, y 7,7 en lechería tradicional.

c) Lactancia media: 266 días.

³La productividad parcial presentada por EVA es municipal. Lo que se presenta aquí es un promedio ponderado por la cantidad de vacas en ordeño según la orientación de la unidad productiva en doble propósito, lechería tradicional y especializada, calculado por el OPCA para los dos departamentos.

La estimación anual fue 285 millones 800 mil litros. Este dato, comparado con el calculado por MADR-UE es superior en 65,5 millones de litros (ver tabla 7A).

En el año 2016, la estimación para Sucre fue 188 mil 400 vacas en ordeño y una producción de 575.148 litros de leche por día (tabla 6), cifra superior en 85 millones de litros si se coteja con la información de ENA 2016 de la tabla 1.

III. La información mensual de la producción de leche

En las tablas 7 y 7A se muestra la información elaborada por el MADR-UE dentro del programa “Apoyo a la competitividad del sector lácteo en Colombia, fase II durante el período 2006-2015 con frecuencia mensual.

Tabla 7. Departamento de Córdoba. Producción de leche cruda mensual 2006-2015 (millones litros)

años/meses	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
enero	29,9	37,1	36,5	35,9	42,5	34,0	30,8	29,0	34,9	37,8
febrero	26,8	33,3	32,7	32,2	38,1	30,5	27,6	26,1	31,3	33,9
marzo	24,3	30,2	29,7	29,2	34,5	27,6	25,0	23,6	28,4	30,7
abril	27,1	33,7	33,1	32,5	38,5	30,8	27,9	26,3	31,6	34,3
mayo	31,3	38,9	38,3	37,6	44,5	35,6	32,2	30,4	36,6	39,6
junio	36,3	45,0	44,3	43,5	51,5	41,2	37,3	35,2	42,3	45,8
julo	37,5	46,5	45,8	45,0	53,2	42,6	38,6	36,4	43,7	47,4
agosto	36,4	45,2	44,5	43,7	51,8	41,4	37,5	35,4	42,5	46,1
sept	35,1	43,6	42,9	42,1	49,9	39,9	36,1	34,1	41,0	44,4
octubre	33,0	40,9	40,3	39,6	46,9	37,5	33,9	32,0	38,5	41,7
noviembre	32,2	40,0	39,3	38,6	45,8	36,6	33,1	31,3	37,6	40,7
diciembre	31,0	38,5	37,8	37,2	44,0	35,2	31,9	30,1	36,1	39,2
total	380,9	473,0	465,1	457,0	541,2	432,8	391,9	370,1	444,5	481,5

Fuente. MADR-UE. Programa de mejoramiento de la competitividad láctea

En Córdoba, la producción anual creció desde 380 millones 900 mil litros en el año 2006 hasta un máximo de 541 millones 200 mil en el año 2010; se redujo entre 2011 – 2013 y volvió a crecer durante 2014-2015.

En Sucre, la producción se redujo entre 2006-2008; se recuperó entre 2009-2011 y ha sido más inestable desde el 2012-2015.

La producción en Córdoba ha sido entre 1,7 y 2,5 veces más alta que la de Sucre. La información de la tabla 7 y 7A esconde el patrón estacional de la producción asociado al régimen de lluvias, pero se puede extraer con un gráfico estacional⁴.

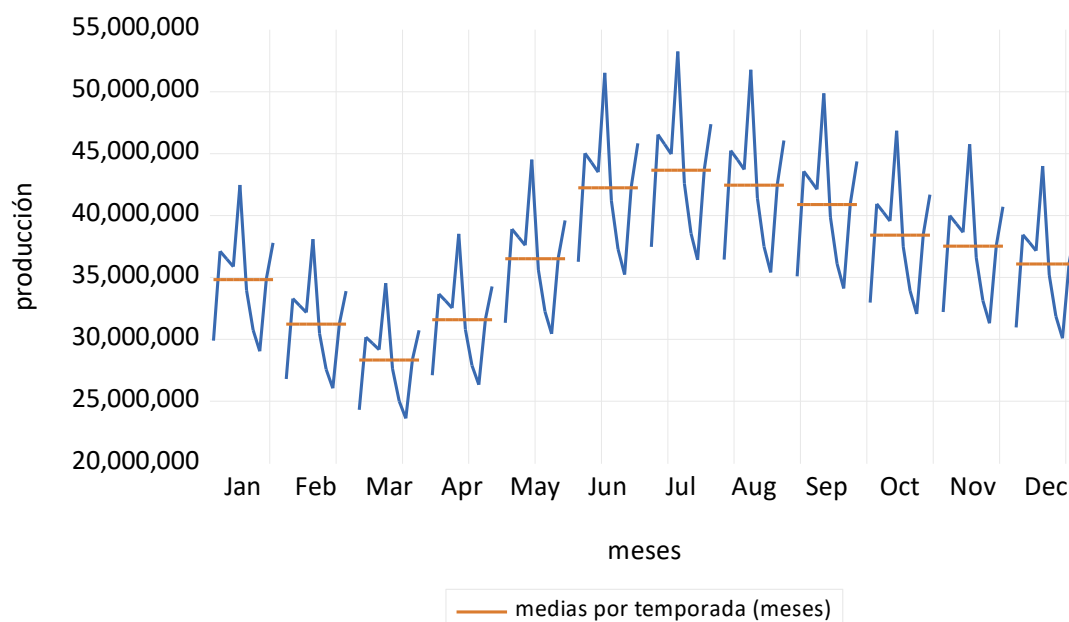
⁴ Un gráfico estacional para series de tiempo de periodicidad mensual es un gráfico especial que construye una línea gráfica para cada mes específico, esta línea tiene, además, una línea horizontal que define el valor medio de cada mes.

Tabla 7 A. Departamento de Sucre. Producción mensual de leche cruda. 2006-2015 (millones litros)

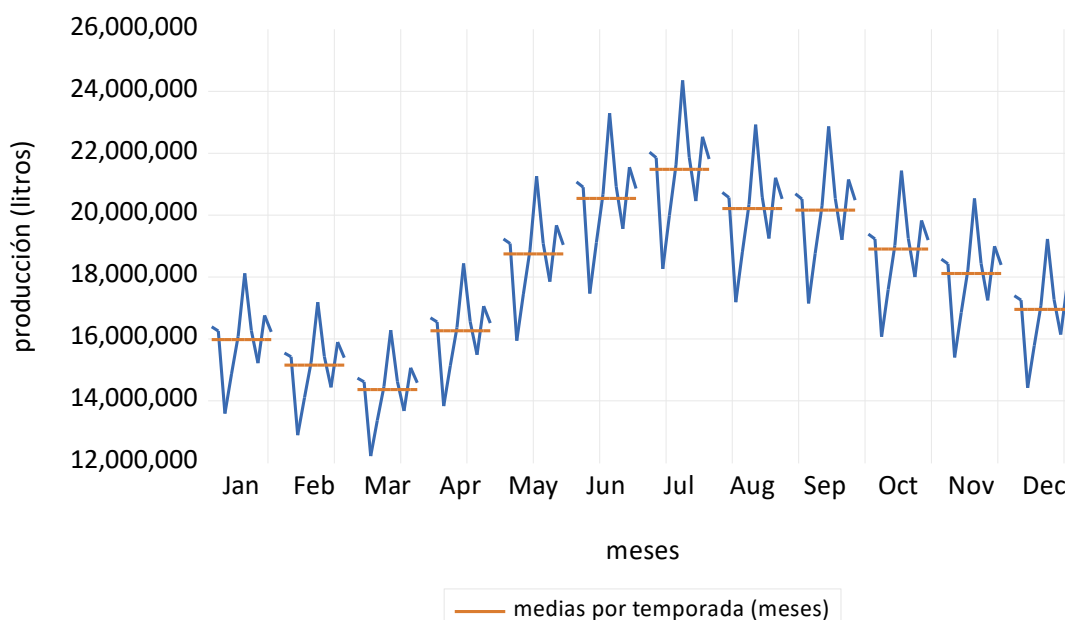
años/mes	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
enero	16,4	16,3	13,6	14,9	16,1	18,1	16,3	15,2	16,8	16,2
feb	15,5	15,4	12,9	14,1	15,3	17,2	15,4	14,4	15,9	15,4
marzo	14,7	14,6	12,2	13,4	14,5	16,3	14,6	13,7	15,1	14,6
abril	16,7	16,5	13,8	15,1	16,4	18,4	16,6	15,5	17,1	16,5
mayo	19,2	19,1	15,9	17,5	18,9	21,3	19,1	17,9	19,7	19,0
junio	21,1	20,9	17,5	19,1	20,7	23,3	20,9	19,6	21,6	20,9
julio	22,0	21,9	18,3	20,0	21,6	24,4	21,9	20,5	22,5	21,8
agosto	20,7	20,6	17,2	18,8	20,3	22,9	20,6	19,2	21,2	20,5
sept	20,7	20,5	17,1	18,8	20,3	22,9	20,5	19,2	21,2	20,5
octubre	19,4	19,2	16,1	17,6	19,0	21,4	19,2	18,0	19,8	19,2
noviembre	18,6	18,4	15,4	16,9	18,2	20,5	18,4	17,2	19,0	18,4
diciembre	17,4	17,3	14,4	15,8	17,1	19,2	17,3	16,1	17,8	17,2
total	222,5	220,7	184,4	201,9	218,3	245,9	220,8	206,5	227,5	220,3

Fuente. MADR-UE. Programa de mejoramiento de la competitividad láctea

Gráfica 1. Córdoba. Estacionalidad de la producción de leche cruda de vaca , ener/2007-dcbre/2015



Gráfica 1A.Sucre. Estacionalidad de la producción de leche cruda de vaca, ener/2007-dcbre/2015



En general, el patrón estacional de la producción que se muestra en la gráfica 1 y 1A refleja el régimen de lluvias de la subregión: la producción comienza a crecer desde el mes de abril; alcanza un máximo en julio; tiende a estabilizarse hasta septiembre cuando alcanza niveles de producción similares al de junio; entre octubre -noviembre empieza a decrecer hasta el mes de marzo.

En la tabla 8, se presenta el coeficiente de correlación entre la variación del precio nominal sin bonificación (MADR-USP 2007-2015) y la de la producción de leche mensual; en Córdoba es negativo -0,10, no significativo; en Sucre, -0,23, significativa al 5%. También se presenta la correlación entre la media mensual de las precipitaciones pluviales y la variación de la producción entre feb/2006-dic/2015. En Córdoba, 0,37 ; en Sucre, 0,21, significativos al 1% y 5% respectivamente.

Tabla 8. Córdoba y Sucre. Correlación y probabilidad¹ entre variación de la producción, variación del precio y las lluvias , feb/2015-dic/2015

	Córdoba		Sucre	
Correlación y probabilidad	Variación precio	Variación producción	Variación precio	lluvias
Variación producción	-0,10 (0,29)		-0,23 (0,02)	0,21 (0,02)
lluvias		0,37 (0,00)		

¹probabilidad de aceptar la hipótesis nula que el coeficiente de correlación sea cero

Fuente. Salida de software.

IV. Estimación y predicción de un modelo ARIMA automático

La finalidad de un modelo de series de tiempo, o Box -Jenkins, es representar el proceso generador de datos, *PGD*. Una característica de éste es que deja huellas que pueden ser observadas y registradas por los investigadores. En el caso de las ciencias económicas las huellas toman la forma de series históricas de datos numéricos con las que trabajan los econométricos; constituyen una metáfora para representar la complejidad del sistema económico o de una parte cualquiera de este. La teoría económica es el instrumento para racionalizar y tratar el *PGD*; se basa precisamente en la idea es que es posible descubrir una regularidad estructural en la singularidad de los procesos económicos. En el se descubren unos elementos de regularidad que a su vez se identifican como parámetros, los cuales constityen el objeto de la investigación econométrica.

La clave del análisis estadístico de las series de tiempo consiste en que cada serie obsrvada es una realización de un proceso estocástico. En general, un proceso estocástico puede ser descrito por una distribución n-dimensional de probabilidad de modo que la relación entre una realización y un proceso estocástico es similar a la que existe entre muestra y población en la Estadística clásica⁵.

El modelo *ARIMA* (p, d, q) es el acrónimo de la clase de los modelos autoregresivos integrados de media móvil (Autoregressive Integrated Moving Average Models), planteado por Box & Jenkins (1976). Las letras entre paréntesis indican respectivamente el orden del operador autoregresivo, el orden de la integración y el oden de la media móvil del modelo.

i) Metodología

Considérese un modelo lineal de la forma:

$$q_t = a_0 + a_1 q_{t-1} + \dots + a_p q_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

q_t = la variable dependiente cantidad de leche cruda mensual

a_0 = un termino constante que actúa como variable exógena

$a_1 \dots a_p$ = es el número de coeficientes de los p retardos del componente autoregresivo, *AR*, del modelo.

Un proceso autoregresivo es aquel en el que el suceso en el tiempo t es función de la historia del proceso y solo es perturbado si se produce algún shock exógeno al

⁵ La literatura distingue entre modelos de series de tiempo determinísticos y modelos de series de tiempo estocásticos. Los primeros representan matemáticamente leyes inmutables que sirven para describir la evolución de un fenómeno en el tiempo sin considerar la ntervención de innovaciones , es decir, desplazamientos de una curva predeterminada; no toman en cuenta las oscilaciones casuales que pueden producirse a lo largo del proceso. Los segundos, en cambio, describen fenómenos en los que se suman la regularidad de una ley y las innovaciones que aparecen a lo largo del proceso. Los procesos estocásticos son una clase de modelos matemáticos basados en instrumentos de tipo probabilístico-estadístico que representan la evolución de un sistema que se modificaen el tiempo en condiciones no deterministas (Bacini y Gianneti, 1997,p 105.

tiempo t . En modelos econométricos de series de tiempo se le denomina también la memoria autoregresiva, que recuerda la historia de la serie – “el peso de la historia”. La influencia de la historia como se ve en la ecuación (1) está ponderada por los parámetros $a_1 \cdots + a_p$. $\beta_1 \cdots \beta_q$ es el número de coeficientes de los q retardos del componente de media móvil del error, MA (movil average).

Un modelo de media móvil es la expresión de un proceso función de los shocks vinculados a la historia de la serie. Constituye la otra memoria del modelo: la memoria de media móvil que solo recuerda los sucesos casuales o shocks exógenos que se han producido a lo largo de la historia del proceso. La realización en el tiempo t depende de la innovación en el tiempo t y de la ponderación según los coeficientes $\beta_1 \cdots \beta_q$.

La especificación del modelo para la predicción se dividió en cuatro pasos:

- i) Seleccionar cualquier transformación de la variable dependiente. En este caso para Córdoba se trabajó con la variable original; la de Sucre se transformó en logaritmo natural.
- ii) Determinar el grado de diferenciación de la variable dependiente. Se aplicó la prueba de raíz unitaria Kwiatkowski, et al (1992) cuya hipótesis nula es la no existencia de raíz unitaria. La hipótesis nula se rechazó; por ende, la variable dependiente es diferenciada de orden 0,1(0).
- iii) Elegir los regresores. Se utilizó un término constante, a_0 y una variable climática representada en la media mensual de las lluvias caídas en cada uno de los dos departamentos en milímetros.
- iv) Seleccionar el orden de los términos autorregresivos y de media móvil de la parte no estacional. Se utilizó el criterio de información de Akaike.

Dado el carácter estacional de la producción de leche se incluyó un componente estacional de orden 12 para capturar esta influencia.

ii) Resultados

Sobre un total de 225 modelos, el mejor modelo estimado de producción de leche cruda en el Depto. de Córdoba con base en la información existente entre enero/2006- dicbre./2015 responde al siguiente al siguiente proceso generador de datos, pgd :

$$\begin{aligned}
 q_t = & 36.134.568 + 6.494,98LL + 1,9419q_{t-1} - 0,9455q_{t-2} - 0,9991\varepsilon_{t-1} + \\
 & (0,00) \quad (0,111) \quad (0,000) \quad (0,00) \quad (0,00) \\
 & 0,0165q_{t-24} + 0,9835q_{t-12} - 0,9998\varepsilon_{t-12} \quad [1] \\
 & (0,00) \quad (0,00) \quad (0,00) \\
 & R^2_{ajustado} = 0,94,6
 \end{aligned}$$



OPCA

Observatorio de Precios y Costos Agrarios de la Zona
Noroccidental del Caribe Colombiano



El número entre paréntesis debajo de los coeficientes a la derecha de la ecuación corresponde a la probabilidad de aceptar la hipótesis nula que el coeficiente respectivo sea cero. Como se ve, los coeficientes del componente no estacional, y el del componente estacional son significativos a un nivel de confianza del 99% de rechazo de la hipótesis nula. Medido por el coeficiente de determinación, $R^2_{ajustado}$, este modelo explica el 94,6% de las variaciones de la producción de leche cruda de vaca en el Departamento de Córdoba.

El modelo indica que la producción de leche del mes corriente es una función de:

Un término independiente: 36.134.568 litros,

Más 6.495 litros provocado por cada mm de lluvia caído al mes

Más 1,94 veces la cantidad de leche cruda del mes anterior, q_{t-1}

Menos 0,95 la cantidad del segundo mes inmediatamente anterior, q_{t-2}

Menos 0,999 del suceso casual del mes inmediatamente anterior ε_{t-1}

Más 0,98 veces la cantidad del mes 12 anterior, q_{t-12}

Más 0,02 de la cantidad del mes 24 anterior, q_{t-24}

Menos 0,999 del suceso casual del mes 12 anterior ε_{t-12}

Los términos q_{t-12} , q_{t-24} son el componente estacional autoregresivo, SAR, del modelo.

ε_{t-12} es el término estacional del componente de la media móvil, SMA.

En consecuencia, este es un modelo $ARMA(p,q)(P,Q) = (2,1)(2,1)$.

p y q son respectivamente el número de coeficientes AR y MA no estacionales.
 P y Q = son respectivamente el número de coeficientes autoregresivos y de media móvil de la parte estacional.

Finalmente los residuos del modelo, ε_t , tienen las características estadísticas deseables: media cero, no autocorrelación y varianza constante, por ende son ruido blanco⁶.

En el Departamento de Sucre, sobre un total de 225 modelos, el que mejor interpreta el PGD es:

$$\begin{aligned} Lnq_t = & 16,69 + 0,000004LL + 0,8996q_{t-1} + 0,9618q_{t-2} - 0,8825q_{t-3} \\ & (0,00) \quad (0,57) \quad (0,026) \quad (0,13) \quad (0,00) \\ & + 0,05596\varepsilon_{t-1} - 0,938\varepsilon_{t-2} + 1,00q_{t-12} - 0,9999\varepsilon_{t-12} \\ & (0,77) \quad (0,00) \quad (0,00) \quad (0,00) \end{aligned} \quad [2]$$

$R^2_{ajustado} = 0,961$

La cifra entre paréntesis es la probabilidad de aceptar la hipótesis nula que el coeficiente respectivo sea cero. Como se ve, en la parte no estacional o regular del modelo, el termino independiente y el coeficiente de q_{t-3} son significativos al

⁶ El termino ruido blanco se debe a las características que presenta cuando se somete al análisis espectral pues sus frecuencias coinciden con las de la luz blanca. El modelo genera una sucesión de números completamente casual, con media y varianza constantes y completa independencia entre las realizaciones.

1,0%; el autoregresivo de orden 1 lo es al 5%. En la parte estacional posee un componente autoregresivo de orden 1 (es decir de 12 meses) y uno de media móvil de orden 1. El modelo predice valores futuros en función de:

El término independiente 16,69,

Más 0,8996 veces la producción el mes anterior, q_{t-1}

Menos 0,8825 veces la producción del mes tercer mes anterior, q_{t-3}

Menos 0,938 el valor del suceso casual del segundo mes anterior, ε_{t-2}

Más la producción del mes 12 de año anterior, q_{t-12}

Menos 0,9999 el valor del suceso del mes 12, ε_{t-12} .

El coeficiente de determinación ajustado, R^2 , indica que el 96,1% de las variaciones de la producción de leche, q_t , son explicadas por este modelo.

Este es un modelo $ARMA(p, q)(P, Q) = (3, 2)(1, 1)$.

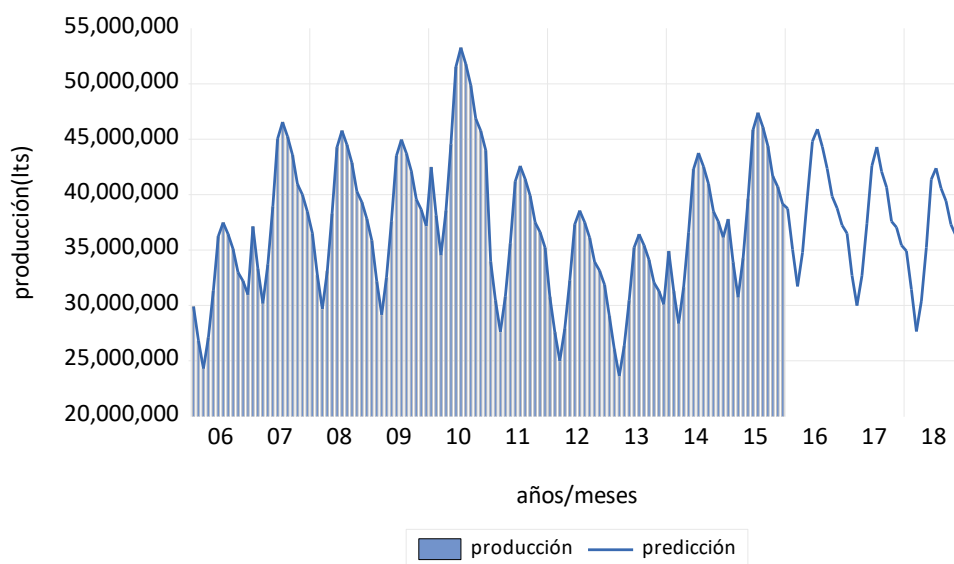
Con base en estos modelos se predijo la producción de leche cruda de vaca en el departamento de Córdoba y Sucre durante el período comprendido entre enero/2016 -diciembre/2018. En la tabla 9 se muestra la predicción.

Tabla 9. Córdoba y Sucre. Predicción de la producción , de leche cruda, 2016-2018 (millones de litros de lecl						
	Córdoba			Sucre		
	2016	2017	2018	2016	2017	2018
mes-año	prod	prod	prod	prod	prod	prod
enero	38,7	36,5	34,9	16,2	15,5	15,6
febrero	35,0	32,7	31,4	15,3	14,7	14,8
marzo	31,7	30,0	27,7	14,4	14,0	14,0
abril	34,8	32,7	30,4	16,2	15,7	15,8
mayo	39,9	37,4	35,2	18,5	18,1	18,3
junio	44,8	42,6	41,4	20,3	20,0	20,1
julio	45,9	44,3	42,4	21,0	20,8	20,9
agosto	44,3	42,1	40,6	19,8	19,5	19,7
septiembre	42,3	40,7	39,4	19,7	19,5	19,7
octubre	39,8	37,6	37,3	18,5	18,2	18,6
noviembre	38,8	37,0	36,3	17,7	17,5	17,9
diciembre	37,2	35,4	34,5	16,5	16,4	16,8
total	473,4	448,9	431,5	213,9	210,2	212,2
Fuente . Salida de software						

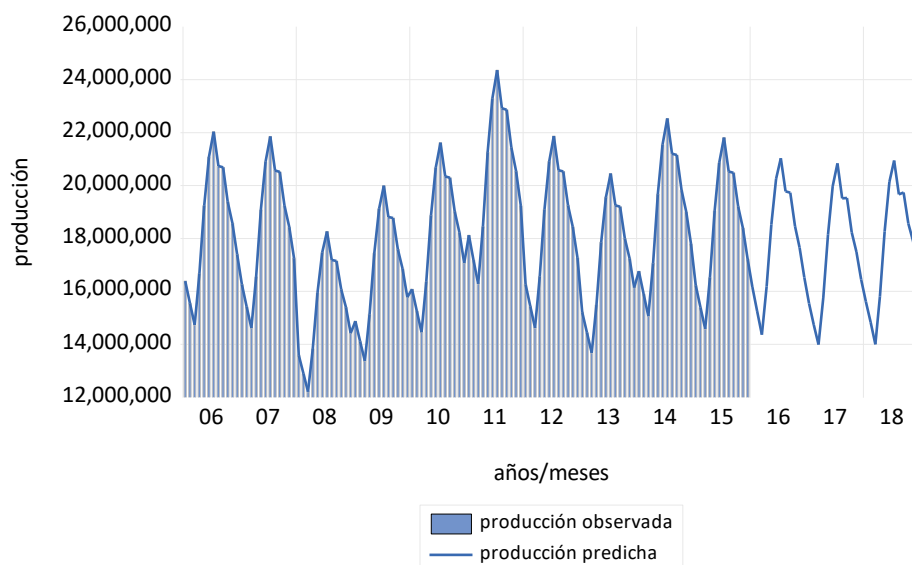
Como se ve, en el año 2016 se calcula que, aproximadamente, en Córdoba se produjo 473 millones 370 mil litros de leche cruda; en el 2017, 449 millones; en el 2019, 431 millones de litros. En Sucre, en el año 2016 la producción ascendió,

aproximadamente, a 213,9 millones de litros de leche cruda; en 2017, 210,2 ; en 2018, 212,2 millones.

Gráfica 1. Depto de Córdoba. Predicción de la producción de leche cruda de vaca, enero/2016-dcbre/2018.



Gráfica 2. Depto de Sucre. Predicción de la producción de leche cruda de vaca, enero/2016-dicbre/2018, (litros).



En la gráfica 2 y 3 de arriba se muestra la información observada (que es la sombreada) y la información predicha entre enero/2016 y dcbre 2018 para Córdoba y Sucre respectivamente. Como se observa el modelo recoge bien el patrón seguido por la producción observada.

Bibliografía

Bacini, A. & Gianneti, R. (1997). *Clometría*. Barcelona, España: Editorial Crítica

Box, G and Jenkins, G. (1976). Time Series Analysis. Forecasting and control. San Francisco: Holden Day.

DANE (1995-2019). Encuestas Nacionales Agropecuarias. Series históricas. Serie histórica por departamentos pecuario. Recuperado los años del 2011-2019 de <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/agropecuario/encuesta-nacional-agropecuaria-ena>.

DANE (2012-2019). Sistema de información de precios, SIPSA. Recuperado de: <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/agropecuario/sistema-de-informacion-de-precios-sipsa/mayoristas-boletin-mensual-1/boletin-mensual-precios-de-leche-en-finca-historicos> febrero 15 2019

Kwiatkowski, D., P. Phillips, P. Schmidt, y Y. Shin (1992): Testing the Null Hypothesis of Stationary against Alternative of Unit Root. Journal of Econometrics, 72:159-178.

MADR (2015). Base pecuaria. Evaluaciones agropecuarias municipales

MADR (2016). Anuario de estadísticas agropecuarias 2016. Recuperado de <https://repository.agrosavia.co/handle/20.500.12324/34404>

MADR (2017) Informe técnico Misión 1.1. Estructura de la producción nacional y departamental de leche 2006 – 2015 y sistema de actualización mensual.

“Apoyo a la competitividad del sector lácteo en Colombia, fase II. Recuperado de http://uspleche.minagricultura.gov.co/assets/producto_2_y_5_de_20182.pdf

MADR (1990). Primera encuesta nacional agropecuaria, Penagro, Córdoba y Sucre Recuperado feb 10/2020 de

https://repository.agrosavia.co/bitstream/handle/20.500.12324/21857/80558_11202.pdf?sequence=1&isAllowed=y

https://repository.agrosavia.co/bitstream/handle/20.500.12324/21845/79970_11213.pdf?sequence=1&isAllowed=y

MADR-USP (2006-2019). Unidad de seguimiento de los precios de la leche cruda. Recuperado de <http://uspleche.minagricultura.gov.co/precio-pagado-al-proveedor-sin-bonificaciones-voluntarias-departamental.html>

Montería, sept/2019