

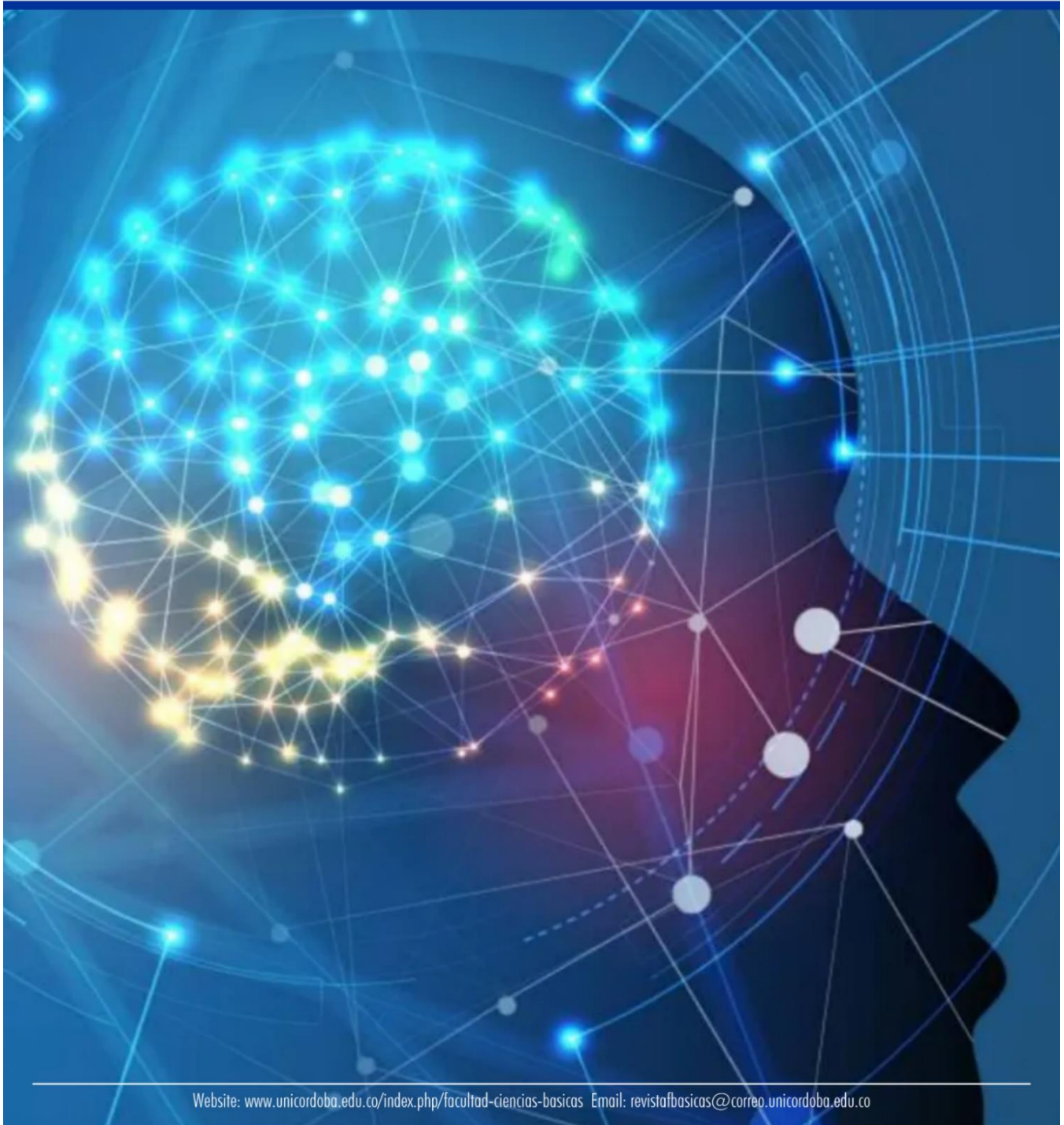


UNIVERSIDAD DE
CÓRDOBA



RFCB Revista Facultad de Ciencias Básicas

Volumen 1- Edición digital N°001 ISSN: 2805-7821



Quantum discord in different mixed states of two qubits

Discordia cuántica en diferentes estados mezclados de dos qubits

Hernán VEGA^{1*} Cristian E. SUSA^{1*}

¹Universidad de Córdoba - Colombia, Facultad de Ciencias Básicas, Departamento de Matemáticas y Estadística; E-mail: hvegabentez18@correo.unicordoba.edu.co, E-mail: cristiansusa@correo.unicordoba.edu.co

Recibido: octubre 3 de 2021

Aceptado: noviembre 5 de 2021

Publicado: noviembre 19 de 2021

Abstract

The most important aspect for information processing in nowadays quantum technologies, is that atom-like systems exhibit correlations with non-classical counterpart. In particular, quantum discord is the most general correlation among quantum systems known so far. In this work, we compare two quantifiers of discord-like correlations for different two-qubit states. We consider the original discord definition and discord as the interferometric power of quantum states. We show that both quantifiers have similar behaviour but differ in magnitude for almost all the studied mixed states. Such variation could indicate that one of them (the bigger one) is more feasible to be experimentally detected. Furthermore, with real quantum emitters, we show that physical properties such as dipolar interaction and collective damping can have positive effects on quantum discord as they lead discord magnitude to increase. This is of great interest in information protocols with atoms and photons.

Key words: Quantum discord; quantum correlations; Open quantum systems.

Resumen

El aspecto más importante para el almacenamiento y procesamiento de la información del cual hacen uso las llamadas tecnologías cuánticas, es el hecho de que los sistemas atómicos presentan correlaciones que no tienen contraparte clásica. En particular, la discordia cuántica es la forma más general de correlaciones en los sistemas cuánticos, que se conoce hasta el momento. En este trabajo comparamos dos cuantificadores de correlaciones tipo discordia, haciendo énfasis en su comportamiento para diferentes estados de dos qubits. Consideramos la definición original y la discordia cuántica como potencia de interferometría. Como resultados, mostramos que ambos cuantificadores tienen comportamientos similares, que sin embargo difieren en magnitud para la mayoría de los estados mezclados estudiados. Dicha variación podría indicar que un cuantificador (el de mayor magnitud) es más factible a ser detectado experimentalmente. Además, en el escenario real de emisores cuánticos, mostramos que los efectos físicos como la interacción dipolar y la influencia colectiva del proceso de emisión espontánea, pueden favorecer las correlaciones cuánticas al incrementar su magnitud en vez de deteriorarlas. Esto es de gran importancia para protocolos de transmisión de información en sistemas atómicos y fotónicos.

Palabras claves: Discordia cuántica, correlaciones cuánticas, sistemas cuánticos abiertos.

INTRODUCCIÓN

La teoría cuántica ha sido asombrosamente exitosa por aproximadamente un siglo en la explicación de fenómenos a escalas atómicas y subatómicas. Más

aún, ha permitido abrir nuevos caminos en el desarrollo de tecnologías; láseres, dispositivos semiconductores, paneles solares, y resonancia magnética, por mencionar algunos ejemplos. La aplicación directa de las leyes cuánticas al

procesamiento de la información promete revolucionar también el sector de la tecnología de la información y la comunicación, lo que algunos autores han denominado la era de las “Tecnologías Cuánticas 2.0” (López and Da Silve, 2019).

Uno de los aspectos más importantes en el contexto de información cuántica del cual hacen uso las tecnologías mencionadas, es el de correlaciones cuánticas (QCs), el cual en las últimas décadas, ha recibido un interés creciente a su estudio y caracterización, con un progreso notable. Seguir adelante con tal investigación es importante por dos razones principales. En el lado fundamental, arroja luz sobre las últimas fronteras del mundo cuántico, es decir, sobre los rasgos más elementales que distinguen el comportamiento de un sistema cuánticamente correlacionado de uno completamente atribuido a una distribución de probabilidad clásica conjunta. Desde el punto de vista práctico, puede revelar tareas operativas en las que las QCs, incluso en ausencia de entrelazamientos, pueden traducirse en una mejora cuántica (Adesso et al., 2016; Chitambar and Gour, 2019; Melo-Luna et al., 2017).

El entrelazamiento es uno de los recursos más fundamentales de la teoría de la información cuántica, puede reconocerse como una consecuencia directa de dos ingredientes clave de la mecánica cuántica: el principio de superposición y la estructura tensorial del espacio de Hilbert. Dentro del conjunto de estados entrelazados, uno puede distinguir aún más algunas capas de formas más estrictas de comportamiento no clásico. En particular, algunos, pero no todos, los estados entrelazados son direccionables (Uola et al., 2020), y algunos, pero no todos, los estados direccionables son no locales en el sentido de Bell (Reina et al., 2018). Sin embargo, desde el año 2001 los reportes sobre nuevas correlaciones cuánticas más generales que el entrelazamiento, originalmente denominada discordia cuántica (Olliver and Zurek, 2001), abrieron todo un campo de investigación.

Dada la importancia del estudio de correlaciones más generales que el entrelazamiento, como lo es la discordia cuántica, y en diferentes escenarios como materia condensada, óptica cuántica, por mencionar algunos, en este trabajo realizamos un análisis comparativo de dos métricas o cuantificadores de discordia; la discordia cuántica original (Olliver and Zurek, 2001), la cual fue la primera definición de discordia cuántica en términos de la diferencia entre dos versiones de información mutua que clásicamente son equivalentes, y la discordia cuántica como potencia de interferometría (Girolami et al., 2014), la cual es pensada como una forma de cuantificar el peor caso de estimación de parámetros en metrología cuántica. Aquí es importante anotar que hay diversas definiciones de cuantificadores para la discordia cuántica (Adesso et al., 2016). Así, la selección de estos dos cuantificadores se origina, aparte de su naturaleza de definición, en que ambas pueden calcularse con fórmulas cerradas para ciertos conjuntos de estados cuánticos, lo que permite por ejemplo tener más claridad de su comportamiento en diferentes escenarios.

El artículo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 describimos los dos cuantificadores escogidos. En la Sección 3 comparamos su comportamiento para algunos estados mezclados cuyos componentes pueden o no contener correlaciones cuánticas. En la Sección 4 analizamos la dinámica de la discordia para una configuración de emisores cuánticos acoplados a un entorno común. Por último, en la Sección 5 presentamos las conclusiones.

CUANTIFICANDO LOS ESTADOS CUÁNTICOS DISCORDANTES

Existen varias medidas o cuantificadores para la discordia cuántica, que se clasifican de acuerdo a su definición y operacionalidad (Adesso et al., 2016), por ejemplo: cuantificadores geométricos que consideran la distancia de un estado arbitrario al conjunto de estados clásicos. Cuantificadores

informativos inducidos por medición; que consideran la cantidad de información sobre un estado cuántico posible de ser extraída por medio de medidas locales. Cuantificadores basados en la coherencia; interpretados como una estimación de la coherencia mínima de un sistema compuesto en bases definidas localmente. En Adesso et al. (2016), se presenta un análisis de varios tipos de cuantificadores de discordia, pero haciendo énfasis en las propiedades matemáticas más que en el comportamiento e interpretación física, como lo presentamos aquí.

Discordia cuántica original

La discordia cuántica fue originalmente definida como la diferencia de dos expresiones de la Información Mutua extendidas al dominio cuántico. En teoría de la información clásica, estas expresiones están dada de la siguiente forma:

$$J(X, Y) = H(X) - H(X|Y), \quad (1)$$

$$I(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y), \quad (2)$$

donde $H(X) = -\sum_X P_{X=x} \log(P_{X=x})$ es la entropía de Shannon, $H(X|Y)$ es la entropía condicional de X dado Y y $H(X, Y)$ es la entropía conjunta de X y Y . $P_{X=x}$ es la probabilidad de que una variable en el sistema X tome el valor de x . Además, las ecuaciones (1) y (2) son completamente equivalentes ($J(X, Y) \equiv I(X, Y)$) mediante las reglas de Bayes.

Ahora, las ecuaciones (1) y (2) pueden extenderse a un escenario cuántico como sigue: reemplazando las probabilidades $P_{X=x}$ por una matriz densidad ρ_X que describe el estado cuántico de un sistema físico, y la entropía de Shannon por la entropía de von Neumann $S_X \equiv S(\rho_X) = -tr(\rho_X \log(\rho_X))$ donde tr denota el operador traza, tenemos que la ecuación (2) transforma como:

$$I_{AB} = S_A + S_B - S_{A,B}, \quad (3)$$

donde, por convención hemos cambiado la notación de X , refiriéndose a una variable clásica o a una distribución de probabilidad sobre una variable, por A y B , que identifican las partes del sistema compuesto, descrito por la matriz densidad $\rho_{AB} \in \mathcal{H}^d, \mathcal{H}^d$ denota el espacio de Hilbert asociado al sistema físico de dimensión d .

La situación interesante ocurre al extender la ecuación (1) al dominio cuántico, debido a que la entropía condicional, es decir, conocer el estado de un subsistema (por ejemplo, A) una vez se conoce el estado de la otra parte (refiriéndose a B), implica llevar a cabo un conjunto completo de medidas sobre la parte condicionante B . El resultado es entonces, que la ecuación (1) transforma como (Oliver and Zurek, 2001):

$$J_{AB} = S_A - S_{A|\{\pi_j\}^B}, \quad (4)$$

donde $S_{A|\{\pi_j\}^B} = \sum_j p_j S(\rho_{A|\{\pi_j\}^B})$. El estado post-medida del sistema A de que la medida π_j^B se ha llevado a cabo sobre B , está determinado por:

$$\rho_{A|\pi_j^B} = \frac{\pi_j^B \rho_{AB} \pi_j^B}{tr(\pi_j^B \rho_{AB} \pi_j^B)},$$

con probabilidad $p_j = tr(\pi_j^B \rho_{AB} \pi_j^B)$. Siendo $\{\pi_j^B\}$ el conjunto de medidas proyectivas sobre B , la máxima información mutua que puede obtenerse después del proceso de medida, determina la mayor cantidad de correlaciones clásicas presentes en el sistema compuesto:

$$J_{AB} = \max_{\pi_j^B} J_{AB}. \quad (5)$$

Por lo tanto, una forma de cuantificar las correlaciones cuánticas del sistema, es decir,

aquellas correlaciones que no son factibles de ser extraídas por medio de medidas locales sobre uno de los componentes del sistema, que recibió el nombre original de discordia, está determinada por:

$$\delta_{AB} = I_{AB} - \mathcal{J}_{AB}. \quad (6)$$

De la Ec. (6), es claro que $\delta_{AB} = 0$ para estados clásicos en los que las dos versiones de información mutua son completamente equivalentes. Además, un aspecto de la discordia es que está definida asimétricamente con respecto a los subsistemas. Debe entenderse que un sistema bipartito descrito por ρ_{AB} puede ser discordante respecto a la parte A y clásico ($\delta_{AB} = 0$) respecto a la parte B . También es importante notar que dada la definición original de discordia como una forma de revelar correlaciones intrínsecas a la naturaleza cuántica de las cosas, el concepto de medida toma bastante relevancia. Así, este aspecto permite definir esta propiedad cuántica desde diferentes acercamientos, por ejemplo, usando conjuntos de medidas más generales que las proyectivas, como lo son las POVM (Positive-Operator-Valued Measurement).

Potencia interferométrica de estados discordantes

En el contexto de Metrología Cuántica, la estimación de parámetros es un protocolo de gran interés en la comunidad científica (ver por ejemplo, (Liu et al., 2021; Seveso et al., 2017)). El límite de estimación conocido hasta el momento es el de Cramér-Rao y relaciona el error en la estimación (la varianza) con una cantidad conocida como la Información de Fisher; $\text{Var}(\lambda) \geq [nF(\lambda)]^{-1}$, donde el parámetro a estimar es λ , y la estimación efectiva se da para la igualdad del límite de Cramér-Rao.

Teniendo en cuenta lo anterior, una manera de definir la discordia cuántica es (Girolami et al., 2014):

$$\text{IP}_{AB} = \frac{1}{4} \min_{H_A^\Gamma} F(\rho_{AB}; H_A^\Gamma), \quad (7)$$

donde $F(\rho_{AB}; H_A^\Gamma)$ es la Información Cuántica de Fisher, que se calcula como:

$$F(\rho_{AB}; H_A^\Gamma) = 4 \sum_{i < k: q_i + q_k \neq 0} \frac{(q_i - q_k)^2}{q_i + q_k} |\langle \psi_i | (H_A^\Gamma \otimes \mathbb{I}_B) | \psi_k \rangle|^2,$$

siendo $\{q_i, \psi_i\}$ el conjunto de valores y vectores de estado propios del sistema ρ_{AB} y el mínimo se toma sobre todos los Hamiltonianos locales H_A^Γ con espectro no degenerado fijo $\Gamma = \{\gamma_i\}$. El conjunto de Hamiltonianos mencionado se puede parametrizar como $H_A^\Gamma = V_A \Gamma V_A^\dagger$, donde $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \dots, \gamma_{d_A})$ es una matriz diagonal fija con valores propios ordenados de forma ascendente, mientras que V_A es un operador arbitrario del grupo unitario especial $SU(d_A)$.

La interpretación operacional de la Ec. (7) es que la discordia cuántica determina el peor de los casos del proceso de estimación de parámetros con respecto a un conjunto de Hamiltonianos perturbando el estado de forma local. Esta es una definición basada en la coherencia cuántica sobre una base determinada. En otras palabras, IP_{AB} determina que tan eficiente es el estado cuántico para ser usado en un esquema de interferometría para el protocolo de estimación de parámetros, cuando la estimación se propone con Hamiltonianos locales únicamente. De nuevo, esta es una definición asimétrica respecto a las partes del sistema compuesto.

Para el caso particular en el que una de las partes del sistema es un qubit ($d_A = 2$), la Ec. (7) puede calcularse de forma semianalítica como:

$$\text{IP}_{AB} = \xi_{\text{mín}}[M],$$

Donde $\xi_{\text{mín}}[M]$ es el valor propio más pequeño de la matriz $M_{3 \times 3}$ dada por:

$$M_{m,n} = \frac{1}{2} \sum_{i < k: q_i + q_k \neq 0} \frac{(q_i - q_k)^2}{q_i + q_j} \langle \psi_i | (\sigma_{mA} \otimes \mathbb{I}_B) | \psi_k \rangle \langle \psi_k | (\sigma_{nA} \otimes \mathbb{I}_B) | \psi_i \rangle,$$

donde $\{q_i, \psi_i\}$ es el sistema propio del estado ρ_{AB} y σ_m son las matrices de Pauli.

δ_{AB} vs. IP_{AB} PARA ESTADOS MEZCLADOS CON DIFERENTES PROPIEDADES

Con el fin de llevar a cabo una comparación sistemática de los dos cuantificadores de discordia seleccionados, en este trabajo consideramos un sistema compuesto por dos qubits.¹ El estado cuántico está representado por la matriz densidad $\rho_{AB} \in \mathcal{H}^4$, con cada qubit descrito en un espacio de Hilbertos dimensional d ($\rho_A \in \mathcal{H}_A^2$ y $\rho_B \in \mathcal{H}_B^2$). Para estados puros, la discordia cuántica y cualquier tipo de correlación debe coincidir, por lo que el escenario interesante para comparar los cuantificadores es el de estados mezclados. Hay diferentes conjuntos de estados mezclados con diversas propiedades. Sin embargo, en esta Sección, nos centramos en el caso particular en que un estado cuántico se encuentra afectado por ruido blanco, es decir, aquí consideramos la mezcla estadística de un estado puro con el estado máximamente mezclado en el espacio de Hilbert. Para los estados puros, hacemos la selección específica como sigue. Por un lado, escogemos un estado máximamente entrelazado, $|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$. Por otro lado, como segundo caso, escogemos un estado superposición de tres estados de la base computacional $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$, es decir, el estado parcialmente correlacionado $|\tau\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|00\rangle + |01\rangle + |11\rangle)$. De esta manera, los

estados mezclados para los que calculamos las dos definiciones de discordia quedan escritos como:

$$\rho_1 = (1-p) \frac{\mathbb{I}}{4} + p |\Psi^+\rangle \langle \Psi^+|, \quad (8)$$

$$\rho_2 = (1-p) \frac{\mathbb{I}}{4} + p |\tau\rangle \langle \tau|, \quad (9)$$

donde $p \in [0, 1]$ y \mathbb{I} denota el operador identidad 4×4 . En ambos casos, el estado se mantiene en el respectivo estado puro con probabilidad p , mientras que se transforma al estado máximamente mezclado o ruido blanco $\frac{\mathbb{I}}{4}$ con probabilidad $1-p$.

En la Fig. 1 mostramos la discordia cuántica original y la discordia cuántica como potencia de interferometría para los dos estados considerados (Ec. (8) y Ec. (9)). Los comportamientos en ambos casos son parecidos, sin embargo, de la Fig. 1(a) podemos apreciar que las discordias toman su valor máximo de 1 para $p = 1$, debido a que $\rho_1 = |\Psi^+\rangle \langle \Psi^+|$ para dicha probabilidad. Además, IP_{AB} es siempre mayor o igual que δ_{AB} . Por el contrario, como se puede ver en la Fig. 1(b), los dos cuantificadores de discordia se cruzan y hay un intervalo de p para el que IP_{AB} está por debajo de la discordia original. Es importante notar también que, como el estado puro $|\tau\rangle$ no presenta máxima correlación, los dos cuantificadores muestra valores ligeramente diferentes. Esto, se debe por supuesto a la naturaleza de su definición y puede tener que ver también con la forma explícita semi-analítica en la que se calculan los cuantificadores.

¹ Qubit, es el término empleado para referirse a un bit de información cuántico (quantum bit). Algunos sistemas físicos como átomos en entornos controlados y fotones, pueden describirse como sistemas de dos niveles (energéticos, de polarización, etc.), tal que la representación de los estados cuánticos asociados como qubits, está bien definida.

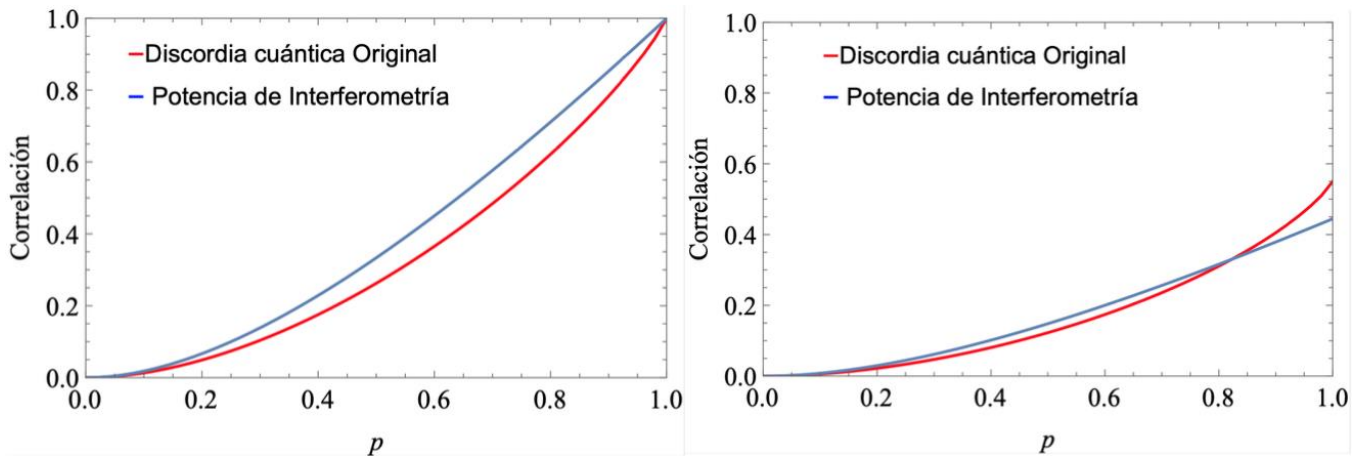


Figura 1: Discordia cuántica original (curva roja) y como potencia de interferometría (curva azul) para los estados mezclados (a) ρ_1 y (b) ρ_2 , respectivamente.

En la Fig. 2 mostramos el comportamiento de δ_{AB} y IP_{AB} para la mezcla estadística entre $|\Psi^+\rangle$ y el estado clásicamente correlacionado $E_{\text{class}} = \frac{1}{2}(|01\rangle\langle 01| + |10\rangle\langle 10|)$. Es decir, el estado:

$$\rho_3 = (1 - p)E_{\text{class}} + p|\Psi^+\rangle\langle\Psi^+| \quad (10)$$

En este caso, adicionalmente graficamos el comportamiento del entrelazamiento de formación, una métrica de entrelazamiento bien definida para estados de dos qubits (Wootters, 1998).

El caso mostrado en la Fig. 2, evidencia la diferencia en el comportamiento de distintas correlaciones cuánticas. El entrelazamiento presenta un fenómeno conocido como *decaimiento súbito o muerte repentina*, es decir, que se hace cero en un valor fijo de p y a partir de allí, el estado pierde por completo dicha propiedad (Yu and Eberly, 2009). En este caso, como está representado por la curva purpura, se dice que los estados son separables para $p \in [0, 1/2]$. Aquí es importante tener en mente que, la discordia cuántica es una correlación

más general que el entrelazamiento, por lo que puede seguir estando presente aún en estados separables (las curvas azul y roja solamente son cero para $p = 0$).

Por otro lado, para la discordia se ha demostrado que, aunque no presenta el fenómeno de muerte repentina como el entrelazamiento, puede exhibir comportamientos anómalos (Mazzola et al., 2010) como la mostrada en la Fig. 2. Aunque no hay una explicación explícita para este tipo de comportamiento de forma general, se puede entender mediante una transición inesperada entre las correlaciones de naturaleza cuántica y las correlaciones clásicas. Es por eso que en este caso se evidencia dicha transición, debido a la mezcla escogida entre un estado máximamente correlacionado clásicamente (E_{class}) y un estado máximamente entrelazado ($|\Psi^+\rangle$); con máximo recurso cuántico).

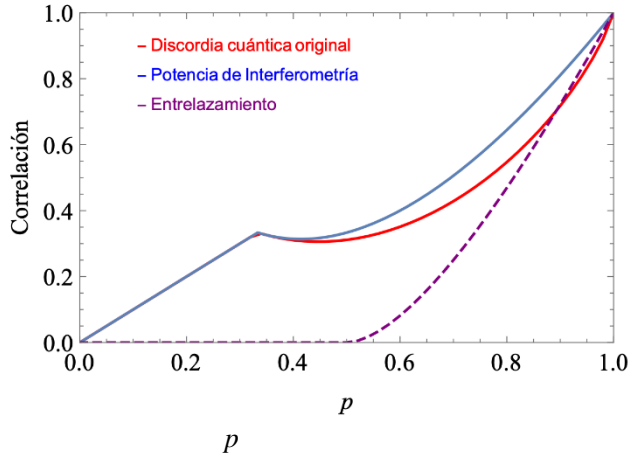


Figura 2: δ_{AB} (curva roja), IP_{AB} (curva azul) y entrelazamiento de formación (curva purpura), para el estado mezclado ρ_3 .

DINÁMICA ABIERTA DE ESTADOS CUÁNTICOS DISCORDANTES

En esta sección, presentamos una discusión de la dinámica seguida por un sistema de dos emisores cuánticos (por ejemplo, átomos a temperaturas criogénicas, puntos cuánticos, y fotones, por mencionar algunos), debido a los efectos de su

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{eff}, \hat{\rho}(t)] - \sum_{i,j=1} \frac{\Gamma_{ij}}{2} (\rho(t) \sigma_+^i \sigma_-^j + \sigma_+^i \sigma_-^j \rho(t) - 2\sigma_-^i \rho(t) \sigma_+^j), \quad (11)$$

Donde $\sigma_+^i := |1_i\rangle\langle 0_i|$ y $\sigma_-^i := |0_i\rangle\langle 1_i|$ son los operadores escaleras asociados al \mathcal{H}_E espacio de Hilbert de cada emisor o qubit i , respectivamente. También están escritos en términos de las matrices de Pauli y $\sigma_{\pm} = \sigma_1 \pm i\sigma_2$ $\sigma_0 = \mathbb{I}_2$ definidos en la base computacional $\{|0\rangle, |1\rangle\}$. Por otro lado, los coeficientes Γ_{ij} en la ecuación (11) definen las tasas de emisión espontánea individual Γ_{11} y Γ_{22} , y las tasas de amortiguamiento colectivo $\Gamma_{12} = \Gamma_{21}^*$, respectivamente. Este último, da cuenta de la influencia de un emisor en la emisión espontánea del otro, debido a su interacción con el entorno

interacción con el entorno, que se modela usualmente como un sistema de infinitos grados de libertad.

En los sistemas cuánticos abiertos el Hamiltoniano total del sistema está dado por $\hat{H}_{full} = \hat{H}_S \otimes \mathbb{I}_E + \mathbb{I}_S \otimes \hat{H}_E + \hat{H}_{SE}(t)$, donde \mathcal{H}_S es el Hamiltoniano de mi sistema de interés y es el Hamiltoniano del entorno. Así, la dinámica del sistema completo puede describirse en el formalismo de la matriz densidad mediante la ecuación de Liouville-von Neumann $\partial W(t)/\partial t = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{full}, W(t)]$, para el operador de densidad $W(t)$ del sistema completo, y luego trazando sobre los grados de libertad del medio ambiente, $\rho(t) = \text{tr}_E \{W(t)\}$, es posible conocer la dinámica del operador, densidad del sistema de interés.

Dado que la física del problema a tratar aquí puede describirse dentro del régimen de Born-Markov, la ecuación maestra que describe la dinámica cuántica disipativa del sistema se escribe como:

común, y ha permitido ilustrar interesantes fenómenos en sistemas físicos tipo atómicos sobre las correlaciones cuánticas (ver por ejemplo, (Reina et al., 2018; Susa and Reina, 2012).

El Hamiltoniano efectivo para el sistema de dos qubits se puede escribir como:

$$\hat{H}_{eff} = -\frac{\hbar}{2}(\omega_1 \sigma_z^1 + \omega_2 \sigma_z^2) + \frac{\hbar V}{2}(\sigma_1^+ \otimes \sigma_1^+ + \sigma_2^+ \otimes \sigma_2^+), \quad (12)$$

donde, ω_i representa la frecuencia de transición entre los estados de $|0\rangle$ y $|1\rangle$ del i -ésimo qubit. V es la magnitud del acoplamiento directo y coherente entre los emisores, aquí considerado como una interacción de alcance dipolar.

En la Ec. (12), es posible también considerar energías relacionadas a efectos externos como la interacción con campos magnéticos o eléctricos. Sin embargo, en este trabajo solo nos referimos a los efectos causados por la interacción sistema-entorno. De esta manera, en la base de cómputo para los dos qubits $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ donde $|0\rangle$ y $|1\rangle$, el Hamiltoniano efectivo tiene la forma matricial:

$$\hat{H}_{eff} = \hbar \begin{bmatrix} -\frac{\Delta}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\delta}{2} & V & 0 \\ 0 & V & \frac{\delta}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\Delta}{2} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

Donde $\Delta = \omega_1 + \omega_2$ y $\delta = \omega_1 - \omega_2$.

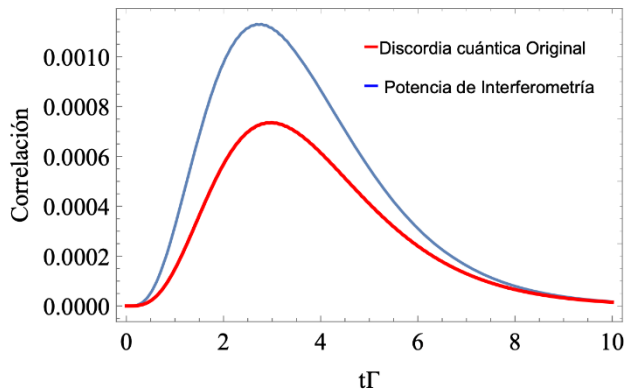


Figura 3: Discordia cuántica original (línea roja) y potencia de interferometría (línea azul) para un estado de la forma $\rho_4 = \frac{1}{4}\mathbb{I}$, con los siguientes parámetros $\Delta = 200$, $\delta = 46,4$, $\Gamma = 1$, $V = 19$, $\gamma = 0,18$.

La forma del Hamiltoniano (Wotters, 1988) tiene un conjunto de estados propios, dos de los cuales son estados cuánticamente correlacionados, gracias a la interacción dipolar. El grado de correlación depende de los valores que adquieran los parámetros físicos y de la dinámica dada por la Ec. (11). En la Fig. 3 se muestra la evolución temporal del estado máximamente mezclado $\rho_4 = \frac{1}{4}\mathbb{I}$, el cual por

supuesto, no presenta ningún tipo de correlación (ni clásica, ni cuántica).

Sin embargo, interesantemente, una vez la dinámica comienza, las correlaciones se activan debido a los efectos colectivos de la interacción sistema-entorno, y alcanzan un valor máximo, muy pequeño, para después decaer de nuevo a cero. Es decir, que un estado "inservible", puede transformarse en un estado con recurso cuántico (aunque muy poco) gracias a la dinámica cuántica. También, es importante resaltar que, la diferencia entre δ_{AB} y IP_{AB} mostrada en la Fig. 3, es de casi un orden de magnitud en valor, alrededor del máximo de las curvas. Esto implica que la discordia como potencia de interferometría, podría ser más fácilmente detectada en este tipo de configuración física que la discordia original.

Para ilustrar el efecto que las propiedades físicas del sistema tiene sobre las correlaciones cuánticas, en la Fig. 4, mostramos dos escenarios para la evolución de la discordia del estado ρ_5 (ver forma explícita en la descripción de la Fig. 4). Las correlaciones tienen un comportamiento asintótico para este estado y decaen muy rápido a cero para los parámetros colectivos $V/\Gamma = 19$ y $\gamma/\Gamma = 0,18$, donde $\gamma \equiv \Gamma_{12}$ (Fig. 4(a)). Nótese que para $t\Gamma \sim 8$, las discordias prácticamente se anulan (todos los parámetros y el tiempo están en términos del decaimiento espontáneo $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} \equiv \Gamma$). Por otro lado, al aumentar el valor de los parámetros colectivos, es decir $V/\Gamma = 50$ y $\gamma/\Gamma = 0,9$, como en la Fig. 4(b), las discordias presentan una evolución mucho más rica. Las correlaciones presentan un incremento cuyo máximo está alrededor de $t\Gamma \sim 3,5$ y el decaimiento es mucho más lento que en la Fig. 4(a), ahora, el tiempo en el que el sistema exhibe el recurso de correlaciones es mayor que $t\Gamma = 12$.

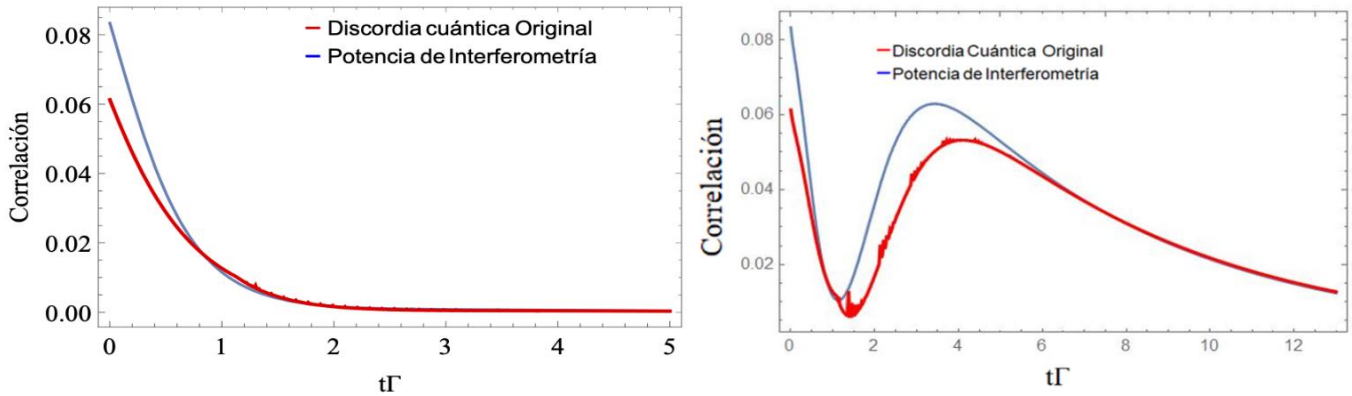


Figura 4: Evolución de los dos cuantificadores de discordia para la mezcla estadística $\rho_5 = \frac{I}{8} + \frac{1}{2} |\Psi^+\rangle\langle\Psi^+|$. En ambos casos, $\Gamma = 1$, $\Delta = 200$, $\delta = 46,4$. (a) $V = 19$, $\gamma = 0,18$, (b) $V = 50$, $\gamma = 0,9$.

CONCLUSIONES

En este trabajo hemos realizado un estudio comparativo de forma sistemática para dos cuantificadores de correlaciones cuánticas tipo discordia, las cuales denominamos como discordia original y discordia como potencia de interferometría. El entendimiento de este tipo de correlaciones y su comportamiento bajo diversos escenarios, es actualmente de mucho interés por parte de una amplia comunidad científica que apunta al uso de propiedades cuánticas de los sistemas físicos con el propósito de implementar las ya en camino tecnologías cuánticas.

Por un lado, analizamos el comportamiento de los cuantificadores para diferentes estados cuánticos mezclados, que describimos mediante un único parámetro p . En particular, se discutió el comportamiento de la discordia para estados máximamente correlacionados mezclados con estados sin propiedades cuánticas, como es el caso del conocido ruido blanco, es decir, una distribución clásica homogénea sobre la base de estados del espacio de Hilbert asociado al sistema. De acuerdo a nuestro análisis, aunque los dos cuantificadores están determinando la misma correlación cuántica, no necesariamente toman los mismos valores para el caso general de estados cuánticos mezclados. Esta diferencia, que por

supuesto tiene origen en las definiciones de cada cuantificador, puede ser de gran importancia en un escenario experimental de detección de este tipo de propiedad cuántica. Por ejemplo, la discordia como potencia de interferometría, presenta en la mayoría de los casos, valores mayores que la discordia original (hasta de casi un orden de magnitud de diferencia). Esto implica que la potencia de interferometría puede ser más fácil de detectar en un testeó experimental.

Por otro lado, enfocamos nuestro análisis en la dinámica seguida por los cuantificadores de discordia en un escenario realista de sistemas cuánticos abiertos. La dinámica disipativa se ha descrito por medio del formalismo de la ecuación maestra considerando el régimen de Born (acoplamiento débil entre los emisores y el entorno) y Markov (sin efectos de memoria en la dinámica). Mostramos que para el sistema modelado, los parámetros físicos permiten tener un control del comportamiento de las correlaciones. En particular, los efectos colectivos como la interacción dipolar y el decaimiento colectivo (la influencia de un emisor en el proceso de emisión espontánea del otro), pueden incrementar los valores de las discordias al aumentar en magnitud. Así, en el régimen estacionario (tiempos muy largos) las correlaciones pueden tender asintóticamente a valores diferentes de cero. Es importante anotar que, si se permite la

acción de un campo externo (por ejemplo, un láser coherente), las correlaciones pueden tener comportamientos más complejos que los aquí mostrados. Sin embargo, en nuestro estudio, nosotros nos enfocamos en la dinámica natural del sistema y no en este tipo de control externo, que se puede incluir en futuras investigaciones.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen financiación parcial a la Universidad de Córdoba por medio de los proyectos de convocatoria interna FCB-14-17 y FCB-08-19, y las fructíferas discusiones con el Dr. Jerson Borja.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adesso, G; Bromley, T.R and Cianciaruso, M. (2016). Measures and applications of quantum correlations. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 49(47):473001. Cited on p. 194.
- Chitambar, E.; Gour G. (2019). Quantum resource theories. *Reviews of Modern Physics*, 91(2):025001. Cited on p. 194.
- Girolami, D.; Souza, A.; Giovannetti, V.; Tufarelli, T.; Filgueiras, J.; Sarthour, R.; Soares-Pinto, D.; Oliveira, I. and Adesso, G. (2014). Quantum discord determines the interferometric power of quantum states. *Physical Review Letters*, 112(21):210401, 2014. Cited on pp. 194 and 196.
- Liu, L.; Zhang, Y.; Li, Z.; Zhang, R.; Yin, X.; Fei, Y.; Li, L.; Liu, N.; Xu, F.; Chen, Y. et al. (2021). Distributed quantum phase estimation with entangled photons. *Nature Photonics*, 15(2):137–142, 2021. Cited on p. 196.
- López M. and Da Silve M. (2019). Tecnologías cuánticas: Una oportunidad transversal e interdisciplinaria para la transformación digital y el impacto social. *Banco Interamericano de Desarrollo*. Cited on p. 193.
- Mazzola, L.; Piilo, J. and Maniscalco, S. (2010). Sudden transition between classical and quantum decoherence. *Physical review letters*, 104(20):200401. Cited on p. 198.
- Melo-Luna, C.; Susa, C.; Ducuara, A.; Barreiro, A.; and Reina, J. (2017). Quantum locality in game strategy. *Scientific reports*, 7(1):1–11, 2017. Cited on p. 194.
- Ollivier, H. and Zurek, W. (2001). Quantum discord: a measure of the quantum ness of correlations. *Physical review letters*, 88(1):017901. Cited on pp. 194 and 195.
- Reina, J.; Susa, C. and Hildner, R. (2018). Conditional quantum nonlocality in dimeric and trimeric arrays of organic molecules. *arXiv preprint arXiv:1804.10338*. Cited on pp. 194 and 200.
- Seveso, L.; Rossi, M. and Paris, M. (2017). Quantum metrology beyond the quantum cramer-rao theorem. *Physical Review A*, 95(1):012111. Cited on p. 196.
- Susa, C. and Reina, J. (2012). Correlations in optically controlled quantum emitters. *Physical Review A*, 85(2):022111. Cited on p. 200.
- Uola, R.; Costa, A.; Nguyen, H. and Gühne, O. (2020). Quantum steering. *Reviews of Modern Physics*, 92(1):015001. Cited on p. 194.
- Wootters, W. (1998). Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits. *Physical Review Letters*, 80(10):2245. Cited on p. 198.
- Yu, T. and Eberly JH. (2009). Sudden death of entanglement. *Science*, 323(5914):598–601, 2009. Cited on p. 198.